**5. SİSTEM DİNAMİĞİ**

* 1. **Hedefler**

1. Fiziksel sistemlerin matematik modellemesinin nasıl yapıldığının gösterilmesi.

2. Sistemlerin matematik modellerinden blok diyagramlarının çıkartılması.

* 1. **Modelleme Adımları**

Kontrol edilmek istenen sistemin sistematik ve sıhhatli bir doğrulukta incelenebilmesi için sistemin işleyişini ifade eden bir modelin hazırlanmasına ihtiyaç vardır. Bu amaçla **Dinamik Sistem**i oluşturan teknolojik elemanların bağlantılarının gösterilmesine ve gerektiğinde uygun kabullerle idealleştirilmesine ihtiyaç vardır. Bu şekilde ortaya çıkan model **Fiziksel Model**dir. Sistemin işleyişi fizik kanunları ile gösterilir. Bu fizik kanunlarının matematiksel ifadelerinden yola çıkarak sistemi oluşturan elemanların davranışını tanımlayan **Matematik Model** elde edilir. Bu matematik model genelde diferansiyel denklem görünümündedir. Sistem için hazırlanan en uygun matematik modelin çözümü için bilinen analiz metotları uygulanarak dinamik sistemin davranışını sergileyen **Çözüm** bulunur.

Sistem%20Dinamiği-a

* 1. **Örnekler**

**Örnek 1:** J ataletine sahip bir kütleyi döndüren Doğru Akım Motorunun (DC motor) **Matematik Modelinin** çıkartılması. (Armature controlled DC motor)

J : Yük ve motorun ataleti

e : Besleme gerilimi (input)

 : Açısal hız (output)

T : Motorun döndürme momenti

v : Ters elektromotor kuvvet

DC%20motor

Şekil 5.1. DC motorun fiziksel modeli

Elektrik motoru elektrik enerjisini (input), mekanik enerjiye (output) çevirir. Bir kütlenin istenilen konuma getirilmesinde DC motorlar yaygın olarak kullanılırlar.

* İdeal şartlar altında motorun milinde oluşan döndürme momenti, motorun çektiği akımla doğru orantılıdır.

 ………………… (1)

* Milin dönme hızı ile motorda oluşan ters elektromotor kuvvet doğru orantılıdır.

 ………………… (2)

* Ohm kanununa göre

 ,  nin etkisi ihmal edilir.

 ………………… (3)

* Newton ‘un 2. hareket kanununa göre

 ………………… (4)

Bu dört denklemden sistemin matematik modeli şu şekilde elde edilir:



DC motorun matematik modeli: 

Başlangıç koşulları sıfır Kabul edilerek yukarıdaki diferansiyel denklemin Laplace dönüşümü alınırsa, DC motorun transfer fonksiyonu;



 : DC motorun transfer fonksiyonu.

: Transfer fonksiyonunun zaman sabiti formunda gösterimi

 : DC motorun zaman sabiti

Sistem Türü: Zaman sabiti türünden (Birinci mertebe sistem)

**Örnek2:** **Bir arabanın süspansiyon sisteminin fiziksel modelinin hazırlanışı.**

Otomobil Süspansiyon Sisteminin Fiziksel Modelinin Hazırlanışı:

Amaç: Arabanın düşey hareketinin hesaplanması, amortisör-yay sisteminin optimum dizaynı.

KütleYayDamper-3-a

Şekil 5.2. Otomobilin basit dinamik modeli

* Otomobil süspansiyon sisteminin en basit modeli:

m: Otomobilin toplam kütlesi.

k: Otomobil yay ve lastiklerinin eşdeğer yaylanma katsayısı.

b: Amortisörlerin eşdeğer sönüm katsayısı.

Bu basit modelden:

* Otomobilin yol şartlarından dolayı xa düşey hareketi
* Yay ve amortisör kuvvetleri

hesaplanabilir.

KütleYayDamper-3-b

Şekil 5.3. Otomobilin en basit fiziksel modeli

* Otomobil süspansiyon sisteminin daha iyi fiziksel modeli otomobilin süspansiyon sisteminin yay etkisi ile tekerleklerin yay etkisinin ayrılması ve otomobilin aksının kütlesinin dahil edilmesi ile elde edilebilir:

KütleYayDamper-3-c

mt : Tekerlek ve aksların toplam kütlesi.

kl : Otomobil tekerlek lastiklerinin eşdeğer yaylanma katsayısı

Şekil 5.4. Otomobilin daha iyi fiziksel modeli

* Otomobil süspansiyon sisteminin daha da iyi fiziksel modeli:

Burada otomobilin kütlesi m ve kütle merkezine göre atalet momenti J olan bir rijit cisim olarak alınmıştır. Modelde 2 yay, 2 amortisör, 2 tekerlek ve aks takımı ile 2 lastik kullanılmıştır.

KütleYayDamper-3-d

Şekil 5.5. Otomobilin daha da iyi fiziksel modeli (Yarım araba modeli)

* Otomobil süspansiyon sisteminin daha da gelişmiş fiziksel modeli:

Bu modelde gerçek dinamik sistemdeki gibi 4 tekerlek kullanılmıştır. Her tekerlekte bağımsız birer süspansiyon sistemi vardır. Bu model pratikteki uygulamaya en fazla uyan bir fiziksel modeldir.

KütleYayDamper-3-e

Şekil 5.6. Otomobilin en iyi fiziksel modeli (Tam araba modeli)

**5.4 Fiziksel Sistemlerin Blok Diyagramlarının ve Transfer Fonksiyonlarının Eldesi**

**5.4.1. Elektriksel Sistem Örnekleri:**

1. **Elektrik Direnci:**

Bazı sistem elemanları için giriş ve çıkış arasında sabit bir oransal bir ilişki vardır. Bu tarz sistem elemanlarının transfer fonksiyonları **oransal** bir blok ile ifade edilir.



Şekil 5.7. Elektrik direnci



Eğer şekilde verilen devredeki direnç üzerine gerilim uygulanırsa akım elde edilir. Elektrik direncinin transfer fonksiyonu ve blok diyagramı:

 : sabit



Görüldüğü gibi sistemin girişi ve çıkışı arasında sabit bir oran vardır.

Sistemin tipi: **Orantı** **tipindedir**.

1. **Elektrik Kapasitansı**

Elektrik kapasitansı integral tipi bir transfer fonksiyonuna sahiptir. Bu tip transfer fonksiyonları sabit bir giriş için çıkış olarak hız değişimi sabit çıkış verir.



Şekil 5.8. Kapasitans elemanı

Gerilim değişimi olmadığı durumda (volt) e(t), elektrik yükü q(t) (coulomb) ve kapasitans C arasındaki bağıntı aşağıdaki gibi elde edilir:



Yukarıdaki denklemin zamana göre türevi alınırsa



Devrenin girişinin akım olduğu durum için transfer fonksiyonu ve blok diyagramı





Yukarıda **1/s** integral operasyonunu belirtmektedir. Başka bir ifade ile giriş akımını integre ederek çıkış olarak gerilim verir.

Sistemin tipi: **Kapasite** **tipindedir**.

1. **RC Devresi**



Şekil 5.9. RC devresi

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | Sistemin blok diyagramı |
|  |  |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| Sistemin Transfer Fonksiyonunun Analitik olarak eldesi: | Sistemin Transfer Fonksiyonunun Blok diyagram indirgeme metoduyla eldesi: |

: Zaman sabiti (saniye birimindedir)

: Birinci mertebe sistemin zaman sabiti formunda gösterimi

Sistemin tipi: **Zaman sabiti tipindedir**.

1. **RLC Circuit**

Eğer *e* sistem girişi ve ’de çıkışı olarak ele alınırsa, Sistemin transfer fonksiyonu



Şekil 5.10. RLC devresi

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | System Block Diagram Representation: |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

|  |
| --- |
| Sistemin Transfer Fonksiyonunun Analitik olarak eldesi: |

 Sönümsüz doğal frekans

Sönüm katsayısı





Transfer fonksiyonu yukarıdaki ifade şeklinde olan sistemlerin transfer fonksiyonlarına, **titreşim sistemi tipi transfer fonksiyonu** adı verilir ve ikinci mertebeden sabit katsayılı diferansiyel denklemlerle ifade edilirler.

|  |
| --- |
| Not: RLC devresinin önemli bir özelliği spesifik frekansında rezonansa girmesidir. Bu frekans değeri rezonans frekansı olarak adlandırılır. Frekans değerinin birimi Hertz (1/s)’dir. Bu durumda sistemin doğal frekansı .olarak elde edilir.  Elektrik devrelerinde enerji iki farklı şekilde depolanır: 1- Kapasitansın yüklenmesi ile oluşan elektrik alanı ve 2- Endüktörden akım geçişi sırasında oluşan manyetik alan. Devre içinde enerji bu iki durum arasında geçiş yapabilir ve bu geçiş salınımlı şekilde olur. Bu da sistemin rezonansa girmesine yol açar. Rezonans durumunun mekaniksel karşılığı bir yaya bağlanmış bir kütlenin doğal frekansında zorlanmış salınım yaptırılmasıdır. |

**5.4.2. Mekanik sistem örnekleri**

1. **RC devresi tipi Mekanik sistem**

Şekil 5.11. de dönel mekanik bir sistem verilmiştir. Bu sisteme bir Tork uygulandığında (giriş), çıkış olarak mil dönüş hareketi sergiler ve bir açısal hıza sahip olur.



Şekil 5.11. Dönel mekanik sistem







Burada τ=J/b sistemin zaman sabitidir. Sistemin transfer fonksiyonu



Sistemin transfer fonksiyonunda görülmektedir ki sistem RC tipi devrenin modeli ile benzeşmektedir.

Sistemin tipi: **Zaman sabiti tipindedir**.

1. **RLC tipi mekanik sistem**



Şekil 5.12. RLC tipi mekanik sistem ve serbest cisim diyagramı

, and

Eğer her denkleme başlangıç koşulları sıfır kabulü ile Laplace dönüşümü uygulanırsa

Sistemin Transfer fonksiyonu



 Sönümsüz doğal frekans

Sönüm oranı

Genel olarak sistemin transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi gösterilebilir:





Sistemin tipi: **Titreşim sistemi tipindedir**.